

## Einleitung:

Bei der Übermittlung von Nachrichten ist entscheidend, dass Fehler erkannt und korrigiert werden können. Besonders wichtig ist dies bei der Übermittlung von Zahlen. Bei Wörtern wird ein falsch übermittelter Buchstabe einfacher erkannt.

Nachrichten werden als eine Folge von Binärwerten übertragen, wie z.B. 0110100010011. Richard Hamming (1915-1998) hat eine Fehlerkorrektur entwickelt, die fehlerhafte Bits erkennen und korrigieren kann.

## Codieren nach Hamming

### 1. Daten die codiert werden sollen

0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

### 2. Platz für Kontrollbits schaffen

An allen Stellen die Zweierpotenzen sind, wird Platz für ein Kontrollbit geschaffen

			0		1	1	0		1	0	0	0	1	0	0		1	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	

### 3. Erstes Kontrollbit berechnen

Für das erste Kontrollbit wird immer ein Bit angeschaut und eines ausgelassen. Das Kontrollbit wird so gesetzt, dass eine gerade Anzahl 1 vorkommt. Es sind vier Einsen, daher wird 0 eingesetzt.

0		0		1	1	0		1	0	0	0	1	0	0		1	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

### 4. Zweites Kontrollbit berechnen

Für das zweite Kontrollbit werden immer 2 Bit angeschaut und 2 ausgelassen. Für eine gerade Anzahl Einsen wird eine 0 eingesetzt.

0	0	0		1	1	0		1	0	0	0	1	0	0		1	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

### 5. Kontrollbit an Position 4 berechnen

Für dieses Kontrollbit werden immer 4 Bit angeschaut und 4 ausgelassen. Für eine gerade Anzahl Einsen wird eine 1 gesetzt.

0	0	0	1	1	1	0		1	0	0	0	1	0	0		1	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

### 6. Kontrollbit an Position 8 berechnen

Für dieses Kontrollbit werden immer 8 Bit angeschaut und 8 ausgelassen. Mit 0 wird eine gerade Zahl Einsen erreicht.

0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0		1	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

### 7. Kontrollbit an Position 12 berechnen

Es werden abwechselnd 12 Bits betrachtet und 12 ausgelassen. Mit 0 erreicht man eine gerade Anzahl Einsen. Damit ist die Codierung fertig!

0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

## Vereinfachte Darstellung:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
<b>Bitfolge</b>	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1					
Platz schaffen	_	_	0	_	1	1	0	_	1	0	0	0	1	0	0	_	1	1
Kontrollbit 1	0		0		1		0		1		0		1		0		1	
Kontrollbit 2		0	0			1	0			0	0			0	0			1
Kontrollbit 4				1	1	1	0					0	1	0	0			
Kontrollbit 8								0	1	0	0	0	1	0	0			
Kontrollbit 16																0	1	1
<b>Code</b>	0	0	0	1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1

## Überprüfung nach Hamming

1. Bitfolge die überprüft werden soll

0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

2. Erstes Kontrollbit überprüfen

Es sind vier Einsen → korrekt

0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

✓

3. Zweites Kontrollbit überprüfen

Es sind drei Einsen → fehlerhaft

0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

✗

4. Kontrollbit an Position 4 überprüfen

Es sind drei Einsen → fehlerhaft

0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

✗

5. Kontrollbit an Position 8 überprüfen

Es sind drei Einsen → fehlerhaft

0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

✗

6. Kontrollbit an Position 16 überprüfen

Es sind zwei Einsen → korrekt

0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

✓

7. Falsche Kontrollbits addieren

$2 + 4 + 8 = 14$ . D.h. beim vorliegenden Code ist das 14. Bit falsch

0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	1	1	0	1
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

⚡

### Merksatz

Kontrollbit an der Stelle n: beginne bei Bit n und markiere n Bits, lasse n Bits aus usw. Die Anzahl der Einsen muss gerade sein, sonst ist das Kontrollbit falsch.